

Aufgabenmix 4 : Geraden, Parabeln u. Parameter 1/3

1.0 Geg: $A(-5|11)$; $B(10|-7)$; $f_k(x) = kx - 2x - 7k + 17$

1.1 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11+7}{-5-10} = \frac{18}{-15} = -\frac{6}{5}$

$$g(x) = -\frac{6}{5}(x+5) + 11 = -\frac{6}{5}x - 6 + 11 \Rightarrow \underline{g(x) = -\frac{6}{5}x + 5}$$

1.2 $g(x) > 3 \Rightarrow -\frac{6}{5}x + 5 > 3 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x > -2 \Leftrightarrow x < \frac{5}{3}$

$$\underline{\text{Bereich } B =]-\infty; \frac{5}{3}[}$$

1.3 Gemeinsamer Punkt der Schar ist ein Büschelpunkt:

$$f_k(x) = f_0(x) \Rightarrow kx - 2x - 7k + 17 = -2x + 17 \Leftrightarrow kx = 7k$$

1. Fall: $k = 0$: $0x = 0$ (\forall): ∞ viele SP. (Logo: $f_0(x) = f_0(x)$)

2. Fall: $k \neq 0$: $kx = 7k \Leftrightarrow x = \frac{7k}{k} = 7$ (unabh. v. k)

$$y = f_0(7) = -2 \cdot 7 + 17 = 3 \quad \text{Büschelpunkt } \underline{(7|3)}$$

1.4 $f_k(x) = g(x) \Rightarrow kx - 2x - 7k + 17 = -\frac{6}{5}x + 5$

$$\Leftrightarrow kx - 2x + \frac{6}{5}x = 5 - 17 \Leftrightarrow (k - \frac{4}{5})x = -12 \quad | : (k - \frac{4}{5})$$

1. Fall: $k - \frac{4}{5} = 0 \Leftrightarrow k = \frac{4}{5}$: $0x = -12$ (\neq) \Rightarrow kein SP.

2. Fall: $k \neq \frac{4}{5}$: Es gibt einen Schnittpunkt

Zusatz (nicht verlangt)

$$x = \frac{-12}{k - 4/5} = \frac{12}{4/5 - k} \cdot \frac{5}{5} = \frac{60}{4 - 5k}; \quad S\left(\frac{60}{4-5k} \mid \frac{52+25k}{5k-4}\right)$$

$$y = -\frac{6}{5} \cdot \frac{-12}{k - 4/5} + 5 = \frac{72}{5k-4} + \frac{5 \cdot (5k-4)}{5k-4} = \frac{52+25k}{5k-4}$$

2.0 Geg: $C(-1|3)$; $D(0|1,25)$; $E(7|3)$

2.1 D : $0 + 0 + c = 1,25 \Leftrightarrow \underline{c = \frac{5}{4}}$ in C und E

$$C: a - b + 1,25 = 3 \quad \Leftrightarrow a = \frac{7}{4} + b \quad (C')$$

$$E: 49a + 7b + 1,25 = 3 \Leftrightarrow 49a + 7b = \frac{7}{4} \quad (E')$$

$$C' \text{ in } E': 49\left(\frac{7}{4} + b\right) + 7b = \frac{7}{4} \Leftrightarrow 56b = -84 \Leftrightarrow \underline{b = -\frac{3}{2}}$$

$$b = -\frac{3}{2} \text{ in } C': a = \frac{7}{4} - \frac{3}{2} \Leftrightarrow \underline{a = \frac{1}{4}}; \quad \underline{p(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}}$$

Aufgabenmix 4: Geraden, Parabeln u. Parameter 2/3

2.2 Sy (0|1,25)

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = 0 \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow N_1(1|0) \\ x_2 = 5 \Rightarrow N_2(5|0) \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 5) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-1)(x-5) = 0$$

2.3 $x_s = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \cdot (1+5) = 3$ (Genau zw. NST oder $x_s = \frac{-b}{2a}$)

$$y_s = f(x_s) = \frac{1}{4}(3-1) \cdot (3-5) = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot (-2) = -1 \Rightarrow S(3|-1)$$

2.4 Aus Zeichnung: t(x) = -x + 1

2.5 Geradenbüschel durch P(-2|3): $g_m(x) = m(x+2) + 3$

Gemeinsame Punkte: $p(x) = g_m(x)$:

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = mx + 2m + 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2} + m\right)x - 2m - \frac{7}{4} = 0$$

Ein Berührungspunkt: D = 0

$$\left(\frac{3}{2} + m\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \left(-2m - \frac{7}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{4} + 3m + m^2 + 2m + \frac{7}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow (m+1)(m+4) = 0 \begin{cases} m_1 = -1 \\ m_2 = -4 \end{cases}$$

Für $m_1 = -1$

$$t_1(x) = g_{-1}(x) = -(x+2) + 3$$

$$t_1(x) = -x + 1$$

$$\textcircled{*} : \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2} - 1\right)x - 2 \cdot (-1) - \frac{7}{4} = 0 \quad \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2} - 4\right)x - 2 \cdot (-4) - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-1)^2 = 0$$

$$x_{1/2} = 1$$

$$t_1(1) = -1 + 1 = 0$$

Berührungspunkt $B_1(1|0)$

Für $m_2 = -4$

$$t_2(x) = g_{-4}(x) = -4(x+2) + 3$$

$$t_2(x) = -4x - 5$$

$$\frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2} - 4\right)x - 2 \cdot (-4) - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x^2 + 10x + 25) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x+5)^2 = 0$$

$$x_{1/2} = -5$$

$$t_2(-5) = -4 \cdot (-5) - 5 = 15$$

Berührungspunkt $B_2(-5|15)$

(Berührungspunkte waren nicht verlangt)

Aufgabenmix 4 : Geraden, Parabeln u. Parameter 3/3

2.6 Bündel durch $Q(7|3)$: $h_a(x) = a(x-7) + 3 = ax - 7a + 3$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = ax - 7a + 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2} + a\right)x + 7a - \frac{7}{4} = 0$$

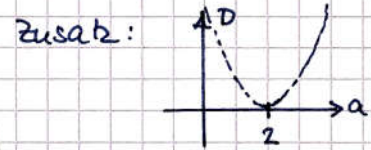
Berührungspunkt / Tangente: $D = 0$

$$D = \left(\frac{3}{2} + a\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \left(7a - \frac{7}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{4} + 3a + a^2 + \frac{7}{4} - 7a = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a_{1/2} = 2$$

$$h_2(x) = 2x - 7 \cdot 2 + 3 \Leftrightarrow \underline{h_2(x) = 2x - 11}$$



Für alle anderen Werte von a gibt es 2 SP, weil $D > 0$

2.7 $D_e =]-0,5; 7[$; $W_e = [-1; 3[$

GRAPHEN ZU ALLEN AUFGABEN:

